

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۱۵

جمعه ۱۴۰۱/۱۱/۲۱



# آزمون‌های سرانسر گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

## سوالات آزمون

پایه دهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۷۰	مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	تا	از			
۴۵ دقیقه	۲۰	۱	۲۰	ریاضی ۱	۱
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۱	
۲۵ دقیقه	۵۰	۳۱	۲۰	فیزیک ۱	۲
۲۰ دقیقه	۷۰	۵۱	۲۰	شیمی ۱	۳



## ریاضی (۱)

۱- برای حل معادله درجه دوم  $x(x + \sqrt{6}) - 8 = 0$  به روش مربع کامل، کدام مقدار را به طرفین تساوی اضافه می‌کنیم؟

- (۱)  $\frac{13}{2}$  (۲)  $\frac{19}{2}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴) ۳

۲- اگر معادله  $ax^2 - 4x + 3 = 0$  دارای دو جواب برابر باشد، این جواب کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{3}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $-\frac{3}{2}$  (۴) ۳

۳- تعداد جواب‌های معادله  $(x^2 - x)^2 + 2\sqrt{3}(x^2 - x) = 6$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۳

۴- اگر  $x = -2$  یکی از جواب‌های معادله  $2mx^2 + 7x + 2m = 1$  باشد، جواب دیگر کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $-\frac{2}{3}$

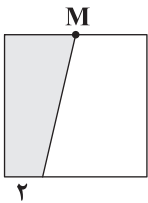
۵- به ازای کدام مقدار  $a$ ، معادله درجه دوم  $3x^2 + ax + 3 = 0$  دارای دو ریشه متمایز است؟

- (۱)  $a = \frac{\sqrt{5}}{2}$  (۲)  $a = -\frac{\sqrt{5}}{2}$  (۳)  $a = 5 - \sqrt{2}$  (۴)  $a = 5 + \sqrt{2}$

۶- مجموع دو عدد صحیح متمایز از نصف حاصل ضرب آن‌ها، ۲ واحد بیشتر است. اگر یکی از اعداد ربع عدد دیگر باشد، تفاضل این دو عدد کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۸ (۴) ۶

۷- اگر نقطه  $M$  وسط ضلع مربع و مساحت ناحیه رنگی  $10^\circ$  واحد مربع باشد، طول ضلع مربع کدام است؟



(۱)  $\sqrt{11} - 1$

(۲)  $2\sqrt{11} - 2$

(۳)  $\sqrt{11} + 1$

(۴)  $2\sqrt{11} + 2$

۸- اگر  $x = 1$  محور تقارن سهمی  $y = 2(x - m)^2 - 3$  باشد، مجموع طول و عرض رأس سهمی کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) -۴

محل انجام محاسبات



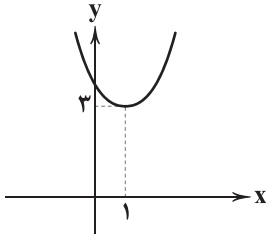
۹- اگر رأس سهمی  $y = x^2 + 2x + n$  باشد، مقدار  $n$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) -۳ (۴) ۳

۱۰- اگر عرض رأس سهمی  $y = ax^2 - 20x + 20$  برابر با ۸۰ باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

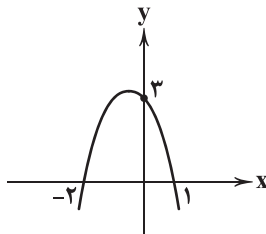
- (۱)  $-\frac{5}{3}$  (۲)  $\frac{5}{3}$  (۳) ۱ (۴) -۱

۱۱- شکل زیر مربوط به سهمی  $y = x^2 + mx + n$  است، حاصل  $m \times n$  کدام است؟



- (۱) ۸ (۲) -۸ (۳) -۴ (۴) ۴

۱۲- معادله سهمی زیر کدام است؟



(۱)  $y = -\frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 3$

(۲)  $y = -\frac{3}{2}x^2 - x + 3$

(۳)  $y = -\frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 3$

(۴)  $y = -\frac{3}{2}x^2 + 3x + 3$

۱۳- نمودار سهمی  $y = -4(x-1)^2 + 3$  از کدام ناحیه مختصاتی نمی‌گذرد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم و سوم (۴) از هر ۴ ناحیه می‌گذرد.

۱۴- دو سهمی  $y = x^2 - 3x$  و  $y = -x^2 + 4x - 4$  در چند نقطه با طول مثبت یکدیگر را قطع می‌کنند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۱۵- سهمی  $y = x^2 + 2x - 4$  محور تقارن خود را در کدام نقطه قطع می‌کند؟

- (۱) (۱, ۱) (۲) (-۱, -۷) (۳) (۱, -۱) (۴) (-۱, -۵)

۱۶- اگر سهمی  $y = (m+1)x^2 - 2x + 1$  همواره بالای محور  $x$ ها باشد، حدود  $m$  کدام است؟

- (۱)  $-1 < m < 0$  (۲)  $m > -1$  (۳)  $m > 0$  (۴)  $-1 < m < 2$

محل انجام محاسبات



۱۷- سهمی  $y = \frac{1}{4}x^2 + mx + n$  و خط  $x + y = 10$  یکدیگر را در ۲ نقطه به طول‌های ۱- و ۵ قطع می‌کنند. طول رأس سهمی کدام است؟

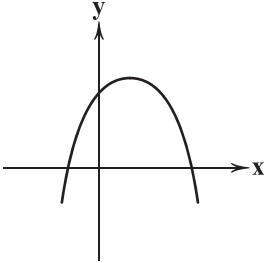
-۳ (۴)

۳ (۳)

-۰/۷۵ (۲)

۰/۷۵ (۱)

۱۸- اگر نمودار زیر مربوط به سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  باشد، کدام گزینه صحیح نیست؟

 $ac < 0$  (۱) $bc < 0$  (۲) $ab < 0$  (۳) $abc < 0$  (۴)

۱۹- به ازای کدام مقادیر صحیح  $x$ ، عبارت  $P(x) = \frac{x^3 + x}{x^2 + 2x - 2}$  عددی نامثبت است؟

 $\{-3, -4, -5, \dots\}$  (۲) $\{0, -3, -4, -5, \dots\}$  (۱) $\{-2, -3, \dots\}$  (۴) $\{-2, -3, \dots\} \cup \{0\}$  (۳)

۲۰- اگر  $3 \geq \frac{x+1}{2} - 2$  باشد،  $x$  چند مقدار صحیح نمی‌تواند اختیار کند؟

۱۰ (۴)

۱۱ (۳)

۱۲ (۲)

۱۳ (۱)

## هندسه (۱)

۲۱- در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ، طول ارتفاع وارد بر وتر برابر با ۶ واحد است. اگر نسبت دو پاره‌خطی که ارتفاع روی وتر ایجاد می‌کند ۹ به ۱۶ باشد، طول وتر کدام است؟

۴/۵ (۴)

۱۲/۵ (۳)

۸ (۲)

۱۰/۵ (۱)

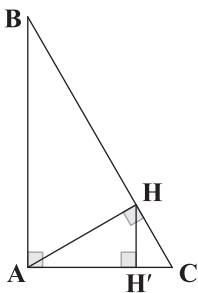
۲۲- در شکل زیر  $AH$  و  $HH'$  ارتفاع‌های دو مثلث  $ABC$  و  $AHC$  هستند. اگر  $AC = 6$  و  $AB = 8$  واحد باشد، طول  $HH'$  چقدر است؟

۲/۸۸ (۱)

۰/۸ (۲)

۳/۸۴ (۳)

۱/۴۸ (۴)



۲۳- مثلثی به اضلاع  $x$ ،  $y$  و ۵ با مثلث دیگری به اضلاع ۵، ۶ و ۹ متشابه است. اگر دو مثلث نامساوی باشند، بیشترین محیط برای مثلث اول کدام است؟

 $\frac{100}{9}$  (۴)

۲۴ (۳)

 $\frac{50}{3}$  (۲)

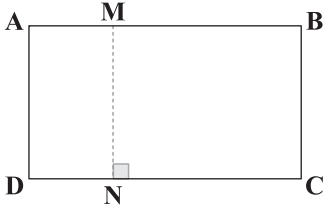
۲۰ (۱)

محل انجام محاسبات



۲۴- نقطه M را روی ضلع AB از مستطیل ABCD طوری انتخاب می‌کنیم که با رسم عمود MN بر ضلع CD، دو مستطیل حاصل متشابه باشند.

اگر نسبت مساحت این دو مستطیل  $\frac{4}{9}$  باشد و طول مستطیل ABCD از سه برابر عرض آن یک واحد کم تر باشد، طول AM چقدر است؟



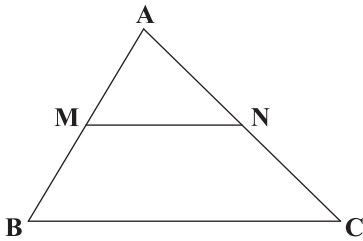
(۱)  $\frac{1}{2}$

(۲)  $\frac{1}{6}$

(۳)  $\frac{1}{8}$

(۴)  $\frac{1}{8}$

۲۵- در شکل زیر  $MN \parallel BC$  است و مساحت مثلث AMN،  $\frac{9}{16}$  مساحت دوزنقه MNCB می‌باشد. BC چند برابر MN است؟



(۱)  $\frac{5}{3}$

(۲)  $\frac{4}{3}$

(۳)  $\frac{25}{9}$

(۴)  $\frac{16}{9}$

۲۶- مجموع تعداد اضلاع و قطرهای یک  $(n+1)$  ضلعی، نصف تعداد قطرهای یک  $(2n)$  ضلعی است. مقدار n کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۳

۲۷- کدام ویژگی مربوط به یک n ضلعی مقعر نیست؟

(۱) دارای زاویه بزرگ‌تر از  $180^\circ$  است.

(۲) همه زوایای آن باز (منفرجه) است.

(۳) مجموع زوایای داخلی آن برابر با  $180^\circ \times (n-2)$  است.

(۴) ضلعی وجود دارد که با امتداد آن، شکل در دو طرف خط قرار می‌گیرد.

۲۸- کدام گزینه همواره صحیح است؟

(۲) چهارضلعی که قطرهای آن منصف هم باشند، متوازی‌الاضلاع است.

(۱) چهارضلعی که قطرهای آن برابر باشد، مستطیل است.

(۴) چهارضلعی که اضلاع آن برابر باشد، مربع است.

(۳) چهارضلعی که قطرهايش بر هم عمود باشند، لوزی است.

محل انجام محاسبات



۲۹- وسط اضلاع یک مستطیل را به هم وصل می‌کنیم. اگر چهارضلعی حاصل دارای زاویه  $60^\circ$  و محیط ۸ باشد، مساحت مستطیل چقدر است؟

۸ (۴)

۴ (۳)

$2\sqrt{3}$  (۲)

$4\sqrt{3}$  (۱)

۳۰- در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ،  $\hat{B} = 75^\circ$  و  $AH$  و  $AM$  به ترتیب ارتفاع و میانه وارد بر وتر می‌باشند. اگر  $AM = 3$  باشد،

مساحت  $\triangle ABC$  چقدر است؟

۱/۵ (۴)

۴/۵ (۳)

۳ (۲)

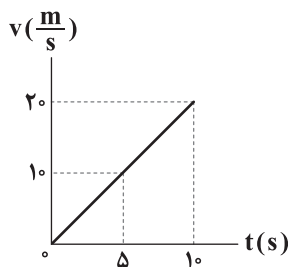
۲ (۱)



۳۱- گلوله‌های  $A$  و  $B$  به ترتیب به جرم‌های  $m$  و  $2m$  در اختیار داریم. هر دو را از ارتفاع  $h$  رها می‌کنیم. کدام گزینه در مورد تندی گلوله در لحظه برخورد با سطح زمین و انرژی مکانیکی گلوله‌ها در لحظه برخورد با سطح زمین صحیح می‌باشد؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید.)

$$E_B > E_A \text{ و } v_A = v_B \text{ (۴) } \quad E_A = E_B \text{ و } v_A = v_B \text{ (۳) } \quad E_B > E_A \text{ و } v_A < v_B \text{ (۲) } \quad E_A = E_B \text{ و } v_A > v_B \text{ (۱)}$$

۳۲- نمودار تندی بر حسب زمان برای جسمی به جرم  $4\text{kg}$ ، مطابق شکل زیر می‌باشد. کار کل انجام شده روی این جسم در  $5$  ثانیه دوم حرکتش



چند ژول است؟

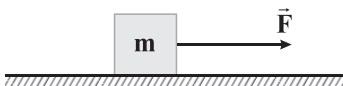
۵۰۰ (۱)

۶۰۰ (۲)

۱۰۰۰ (۳)

۸۰۰ (۴)

۳۳- مطابق شکل زیر، جسمی تحت تأثیر نیروی  $\vec{F}$  با تندی ثابت  $20 \frac{m}{s}$  در حال حرکت می‌باشد. ناگهان نیروی  $\vec{F}$  را قطع می‌کنیم و جسم پس از طی مسافت  $d$  متوقف می‌شود. تندی جسم پس از طی نیمی از مسافت  $d$  چند متر بر ثانیه می‌باشد؟ (مقاومت هوا ناچیز است و نیروی اصطکاک بین سطح و جسم را در طول حرکت جسم، ثابت در نظر بگیرید.)



$10\sqrt{3}$  (۲)

$10\sqrt{5}$  (۱)

۱۰ (۴)

$10\sqrt{2}$  (۳)

۳۴- گلوله‌ای به جرم  $200\text{g}$ ، با تندی  $108 \frac{km}{h}$  از سطح زمین در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود. اگر  $20\%$  انرژی مکانیکی گلوله در مسیر

رفت و برگشت تلف شده باشد، تندی گلوله در لحظه برخورد به سطح زمین و بیشترین ارتفاعی که گلوله از سطح زمین بالا می‌رود، به ترتیب

از راست به چپ برحسب SI در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ ) و اندازه نیروی مقاومت هوا را در مسیر رفت و برگشت، یکسان و

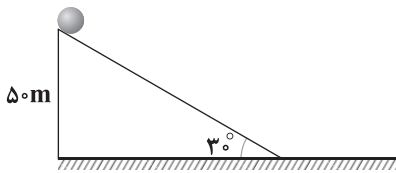
مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح زمین فرض کنید.)

$36 - 9\sqrt{10}$  (۴)

$40/5 - 9\sqrt{10}$  (۳)

$40/5 - 12\sqrt{5}$  (۲)

$36 - 12\sqrt{5}$  (۱)



۳۵- مطابق شکل مقابل، اگر گلوله‌ای به جرم  $1\text{kg}$  را از بالای سطح شیب‌داری به ارتفاع  $50$  متر رها

کنیم، گلوله با تندی  $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به سطح زمین می‌رسد. اگر اندازه کار نیروی مقاومت هوا بر روی گلوله

در این جابه‌جایی برابر  $10\text{J}$  باشد، اندازه نیروی اصطکاک بین گلوله و سطح چند نیوتون است؟

( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ) و اندازه نیروی اصطکاک بین گلوله و سطح در کل مسیر حرکت یکسان است.)

۲/۹ (۴)

۸/۹ (۳)

۶/۹ (۲)

۱۱/۶ (۱)

۳۶- بالابری جسمی به جرم  $100\text{kg}$  را با تندی ثابت در مدت زمان  $40\text{s}$ ،  $20\text{m}$  از سطح زمین بالا می‌برد. اگر توان ورودی این بالابر  $2000\text{W}$  باشد،

بازده آن چند درصد است؟ ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ) و از مقاومت هوا صرف نظر کنید.)

۲۵/۲۵ (۴)

۲۵ (۳)

۵۰/۲۵ (۲)

۵۰ (۱)

۳۷- گلوله‌ای را با تندی  $7$  از سطح زمین در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. گلوله پس از مدتی با تندی  $7$  با سطح زمین برخورد می‌کند.

کدام گزینه در مورد نیروی مقاومت هوای وارد بر گلوله در طی این حرکت صحیح است؟

(۱) کار نیروی مقاومت هوا بر روی گلوله در مسیر رفت و برگشت برابر می‌باشد.

(۲) کار نیروی مقاومت هوا بر روی گلوله در مسیر رفت و برگشت یکدیگر را خنثی کرده‌اند.

(۳) اندازه نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت بیشتر از مسیر برگشت می‌باشد.

(۴) نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت و برگشت یکدیگر را خنثی کرده‌اند.

۳۸- گلوله‌ای به جرم  $100\text{g}$  را از سطح زمین با تندی  $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. گلوله پس از مدتی با تندی  $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  با

سطح زمین برخورد می‌کند. اگر  $60\%$  درصد کار نیروی مقاومت هوا در کل مسیر در مسیر رفت انجام شده باشد، گلوله حداکثر چند متر از

سطح زمین بالا رفته است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

۳۰ (۴)

۲۰ (۳)

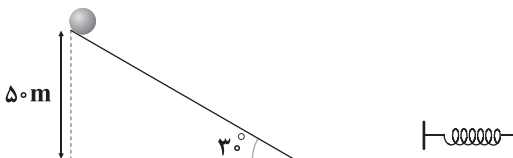
۴۵ (۲)

۱۵ (۱)

۳۹- مطابق شکل زیر، گلوله‌ای از روی سطح شیب‌داری به ارتفاع  $50$  متر رها می‌شود و در انتهای مسیر با فنر برخورد می‌کند. در لحظه‌ای که

انرژی جنبشی گلوله  $\frac{1}{3}$  انرژی ذخیره شده در فنر است، تندی گلوله چند متر بر ثانیه می‌باشد؟ ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ) و از مقاومت هوا و اصطکاک

گلوله با سطح صرف نظر کنید.)



۵√۱۰ (۱)

۵√۲۰ (۲)

۵ (۳)

۱۰ (۴)

محل انجام محاسبات



۴۰- جسمی را توسط بالابری از سطح زمین به بالای ساختمان منتقل می‌کنیم. اگر بخواهیم در مدت زمان کم‌تری این انتقال رخ دهد، راهکار ارائه شده در کدام گزینه صحیح می‌باشد؟

- (۱) باید از بالابری با بازده بیشتر استفاده کنیم.  
 (۲) باید از بالابری با توان مصرفی بیشتر استفاده کنیم.  
 (۳) باید از بالابری با توان تولیدی بیشتری استفاده کنیم.  
 (۴) باید از بالابری با توان مصرفی کم‌تر استفاده کنیم.

۴۱- گلوله‌ای با تندی  $v$  از سطح زمین در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود. ارتفاعی (از سطح زمین) که انرژی جنبشی و پتانسیل گلوله با هم برابر هستند، چند درصد از بیشترین ارتفاعی است که گلوله از سطح زمین بالا می‌رود؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ ) و از نیروی مقاومت هوا صرف‌نظر کنید و سطح زمین را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل در نظر بگیرید.)

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳)  $33/3$  (۴) ۵۰

۴۲- یک بالابر الکتریکی در مدت ۱۰ دقیقه با مصرف  $10000J$  انرژی الکتریکی،  $6kJ$  کار مفید انجام می‌دهد. توان خروجی و بازده این بالابر به ترتیب از راست به چپ برحسب واحد SI در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

- (۱)  $10/6$  (۲)  $10 - 60$  (۳)  $60 - 60$  (۴)  $60 - 60$

۴۳- شخصی به جرم  $75kg$  و در مدت زمان ۲۰ ثانیه، ۳۰ پله که ارتفاع هر پله  $20cm$  است را با سرعت ثابت بالا می‌رود. اگر توان مصرفی شخص برابر با  $300W$  باشد، بازده او چند درصد است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

- (۱) ۵۰ (۲) ۶۰ (۳) ۷۵ (۴) ۹۰

۴۴- مطابق شکل زیر، پسر بچه‌ای می‌خواهد سنگی به جرم  $200g$  را پرتاب کند، به این منظور، پسر بچه نیروی ثابت  $F = 30N$  را تا لحظه پرتاب توپ و در امتداد جابه‌جایی توپ به بزرگی  $150cm$  بر آن وارد می‌کند. با چشم‌پوشی از مقاومت هوا تندی سنگ هنگام جدا شدن از دست پسر بچه چند متر بر ثانیه است؟



- (۱)  $30\sqrt{2}$   
 (۲)  $15\sqrt{2}$   
 (۳)  $20\sqrt{2}$   
 (۴)  $25\sqrt{2}$

۴۵- مخزنی به حجم  $4m^3$  و پر از مایعی به چگالی  $\frac{1}{5} \frac{g}{cm^3}$  داریم. می‌خواهیم در مدت ۲ ساعت با آهنگ ثابتی و با سرعت  $10 \frac{m}{s}$  مایع را به

مخزنی که  $10m$  بالاتر می‌باشد، به وسیله پمپ انتقال دهیم. اگر بازده این پمپ  $50\%$  باشد، توان ورودی آن چند وات است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

از اتلاف انرژی صرف‌نظر کنید.)

- (۱) ۸۲ (۲) ۴۱ (۳) ۲۵۰ (۴) ۱۲۵

محل انجام محاسبات





۴۶- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم  $2\text{ kg}$  تحت تأثیر نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. اگر اندازه نیروی اصطکاک در برابر حرکت جسم برابر با  $1\text{ N}$  باشد، پس از طی  $20\text{ m}$  جابه‌جایی، تندی جسم چند متر بر ثانیه می‌شود؟



$$10\sqrt{3} \quad (2)$$

$$20 \quad (1)$$

$$30 \quad (4)$$

$$\sqrt{80} \quad (3)$$

۴۷- جسمی به جرم  $4\text{ kg}$  تحت تأثیر نیروی افقی  $F$  از حال سکون شروع به حرکت کرده و پس از طی  $5\text{ m}$  جابه‌جایی، تندی آن به  $20\frac{\text{m}}{\text{s}}$  می‌رسد. اگر

اندازه کار نیروی اصطکاک بر روی جسم در این جابه‌جایی برابر با  $20\text{ J}$  باشد، اندازه نیروی  $F$  چند نیوتون است؟ (از مقاومت هوا صرف نظر کنید).

$$260 \quad (4)$$

$$200 \quad (3)$$

$$164 \quad (2)$$

$$100 \quad (1)$$

۴۸- چتربازی به جرم  $80\text{ kg}$  از بالون ساکنی که در ارتفاع  $50$  متری از سطح زمین قرار دارد، با تندی  $2\frac{\text{m}}{\text{s}}$  به بیرون می‌پرد و با تندی  $5\frac{\text{m}}{\text{s}}$  به

سطح زمین می‌رسد. اندازه کار نیروی مقاومت هوا روی چترباز در طول زمان سقوطش چند ژول می‌باشد؟ ( $g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$  و نیروی مقاومت هوا

روی چترباز را ثابت در نظر بگیرید.)

$$40840 \quad (4)$$

$$39160 \quad (3)$$

$$40000 \quad (2)$$

$$840 \quad (1)$$

۴۹- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم  $2\text{ kg}$  با تندی  $10\frac{\text{m}}{\text{s}}$  به یک فنر برخورد می‌کند. اگر در مدت زمان برخورد گلوله با فنر،  $20\%$  درصد از انرژی

جنبشی گلوله به گرما تبدیل شود، حداکثر انرژی ذخیره شده در فنر چند ژول خواهد بود؟



$$40 \quad (1)$$

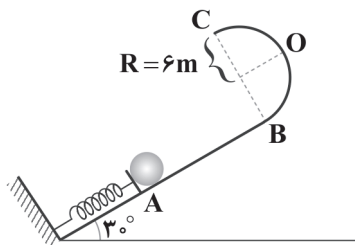
$$80 \quad (2)$$

$$20 \quad (3)$$

$$64 \quad (4)$$

۵۰- مطابق شکل زیر، گلوله‌ای به جرم  $4\text{ kg}$  فنری را در نقطه A به طور کامل فشرده کرده و  $1798\text{ J}$  انرژی پتانسیل کشسانی در فنر ذخیره شده

است. پس از رها شدن گلوله از فنر به ازای هر متر حرکت،  $5\text{ J}$  انرژی در مسیر حرکت گلوله تلف می‌شود. اندازه سرعت گلوله در نقطه C



چند متر بر ثانیه خواهد بود؟ ( $\sqrt{3} \approx 1.7$  و  $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ,  $\pi \approx 3$ ,  $AB = 20\text{ m}$ )

(۱) سرعت گلوله در نقطه O به صفر می‌رسد و تا نقطه C بالا نمی‌رود.

(۲) سرعت گلوله در نقطه B به صفر می‌رسد و تا نقطه C بالا نمی‌رود.

$$20 \quad (3)$$

$$\text{صفر} \quad (4)$$

محل انجام محاسبات





۵۶- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) در نمونه‌ای از بوکسیت به‌ازای هر اتم آلومینیم،  $1/5$  اتم اکسیژن وجود دارد.
- (۲) مقدار گاز اکسیژن در لایه‌های گوناگون هواکره به تقریب ثابت است.
- (۳) از گرم کردن فلز نقره و گوگرد جامد، ترکیب سیاه رنگ نقره سولفید به دست می‌آید.
- (۴) چگالی گاز CO به تقریب برابر با چگالی هوا بوده و به سرعت در همه فضای اتاق پخش می‌شود.

۵۷- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

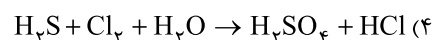
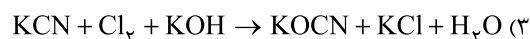
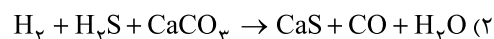
- در ساختار لوویس نیتروژن مونوکسید همانند نیتروژن دی‌اکسید، اتم نیتروژن به آرایش هشت‌تایی نرسیده است.
- شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی مولکول سیلیسیم تترابرمید، سه برابر شمار جفت الکترون‌های پیوندی مولکول کربن دی‌سولفید است.
- ساختار لوویس کربن تتراکلرید مشابه ساختار گوگرد تترافلوئورید است.
- اتمی با آرایش الکترون نقطه‌ای  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$  می‌تواند بیش از یک پیوند کووالانسی تشکیل دهد.

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۵۸- کدام یک از مطالب زیر درست‌اند؟

- (آ) مرجان‌ها گروهی از کیسه‌تنان با اسکلت دارای خاصیت بازی هستند.
  - (ب) هر اکسید فلزی را می‌توان یک اکسید بازی در نظر گرفت، زیرا از واکنش آن‌ها با آب، باز تولید می‌شود.
  - (پ) کاغذ pH در آب‌گازدار و مخلوط آب و سدیم اکسید به ترتیب به رنگ قرمز و آبی درمی‌آید.
  - (ت) با افزایش مقدار کربن دی‌اکسید محلول در آب، خاصیت اسیدی آب و pH آن افزایش می‌یابد.
- (۱) «آ»، «ب» و «پ»      (۲) «آ»، «پ»      (۳) «پ»، «ت»      (۴) «آ»، «ت»

۵۹- کدام یک از واکنش‌های زیر پس از موازنه با کوچک‌ترین اعداد صحیح، ضریب آب بزرگ‌تر از سه واکنش دیگر است؟



محل انجام محاسبات

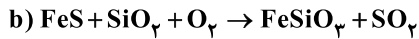
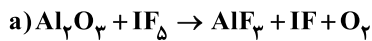


۶۰- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- ردپای دی‌اکسید حاصل از نفت خام (به عنوان منبع تولید برق) در مقایسه با زغال‌سنگ و گاز طبیعی به ترتیب کم‌تر و بیشتر است.
- ردپای کربن دی‌اکسید حاصل از انرژی خورشید (به عنوان منبع تولید برق) در مقایسه با گرمای زمین و نیز باد بیشتر است.
- سوختی که در هواپیماها استفاده می‌شود از نفت سفید بوده و ردپای کربن دی‌اکسید آن ناچیز است.
- یکی از راه‌های کاهش ردپای کربن دی‌اکسید، استفاده از انرژی الکتریکی است.

۱ (۱)    ۲ (۲)    ۳ (۳)    ۴ (۴)

۶۱- با توجه به معادله‌های زیر، چه تعداد از عبارت‌های پیشنهادشده در ارتباط با این دو معادله، پس از موازنه درست است؟



• نسبت مجموع ضرایب فراورده‌ها به مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها در واکنش a برابر ۲ است.

• نسبت مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها به مجموع ضرایب فراورده‌ها در واکنش b برابر ۱/۷۵ است.

• مجموع ضرایب ترکیب‌های یونی در واکنش a برابر ۶ است.

• ضریب اکسیژن در دو واکنش با هم برابر است.

۱ (۱)    ۲ (۲)    ۳ (۳)    ۴ (۴)

۶۲- نمونه‌ای از پروپان که شامل  $1/655 \times 10^{25}$  اتم است، بر اثر سوختن کامل،  $7/5$  مول کربن دی‌اکسید و  $6/02 \times 10^{24}$  مولکول آب تولید می‌کند. جرم اکسیژن مصرف شده چند گرم است؟ ( $C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1}$ )

۳۲۰ (۱)    ۴۸۰ (۲)    ۳۸۴ (۳)    ۴۰۰ (۴)

۶۳- کدام مطالب زیر در ارتباط با گازهای آرگون و هلیم درست‌اند؟

(آ) تاکنون در ایران گاز هلیم از گاز طبیعی جداسازی نشده، در صورتی که در پتروشیمی شیراز گاز آرگون از تقطیر هوای مایع تهیه می‌شود.

(ب) هر دو گاز، بی‌رنگ، بی‌بو و غیرسمی هستند.

(پ) گازهای آرگون و هلیم به ترتیب نخستین و دومین گاز نجیب فراوان لایه تروپوسفر هواکره هستند.

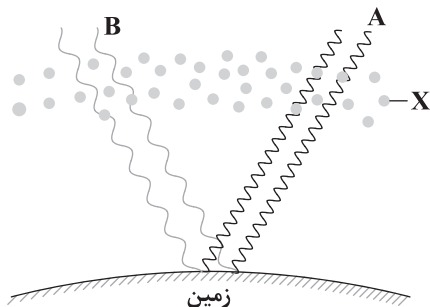
(ت) هر دو به صورت تک‌اتمی در طبیعت یافت شده و جزو عنصرهای دسته p هستند.

۱) «آ»، «ب»    ۲) «آ»، «پ»    ۳) «ب»، «ت»    ۴) «پ»، «ت»



۶۴- شکل زیر عملکرد مولکول‌های گازهای گلخانه‌ای را در برابر پرتوهای خورشیدی نشان می‌دهد. با توجه به آن، چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

- جهت حرکت پرتوهای A برخلاف پرتوهای B از بالا به پایین است.
- مولکول‌های X به طور حتم یکی از گازهای  $H_2O$  و  $CO_2$  هستند.
- طول موج پرتوهای A و B به ترتیب می‌تواند  $460^\circ$  و  $860^\circ$  نانومتر باشد.
- مولکول‌های X موجب خارج شدن گرمای آزادشده از سطح زمین شده و بدین ترتیب زمین را گرم می‌کنند.



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۶۵- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) نوع فراورده‌ها در واکنش سوختن سوخت‌های فسیلی، به مقدار اکسیژن در دسترس بستگی دارد.
- (۲) از سوختن زغال‌سنگ می‌توان دو گاز با خاصیت اسیدی تولید کرد.
- (۳) برخی کشاورزان، آهک را به عنوان اکسید فلزی برای افزایش بهره‌وری در کشاورزی به گیاهان تزریق می‌کنند.
- (۴) استفاده از گاز آرگون برای جوشکاری فلزها، بر استحکام و طول عمر فلز جوشکاری شده می‌افزاید.

۶۶- چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

- هواکره برای زمین همانند لایه پلاستیکی برای گلخانه است و سبب گرم شدن کره زمین می‌شود.
- اگر هواکره وجود نداشت، دمای هر نقطه از کره زمین به  $-18^\circ C$  یا پایین‌تر از آن کاهش می‌یافت.
- هنگامی که پرتوهای خورشیدی به زمین تابیده می‌شود، بخش عمده‌ای از این پرتوها به وسیله هواکره جذب می‌شود.
- در یک روز زمستانی، تغییر دمای درون گلخانه، کم‌تر از بیرون گلخانه است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۶۷- چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

- یکی از ویژگی‌های مهم واکنش‌های شیمیایی این است که همه آن‌ها از قانون پایستگی جرم پیروی می‌کنند.
- در معادله واکنش، رسوب، مذاب و بخار به ترتیب با نمادهای (s)، (aq) و (g) نشان داده می‌شود.
- فلز پلاتین کاتالیزگر مناسبی برای واکنش میان گازهای هیدروژن و اکسیژن است.
- هر تغییر شیمیایی شامل یک واکنش شیمیایی است که می‌توان آن را با یک معادله نشان داد.

۳ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

محل انجام محاسبات



۶۸- برای کاهش رد پای  $\text{CO}_2$  تولید شده توسط یک خانه در سال به  $200$  درخت تنومند نیاز است که هر کدام سالانه  $1200$  مول  $\text{CO}_2$  مصرف می‌کنند. اگر منبع تولید برق این خانه، نفت خام باشد، این خانه در ماه چند کیلووات ساعت برق مصرف می‌کند؟ (مقدار  $\text{CO}_2$  تولیدشده در ماه (برحسب کیلوگرم)

در فرایند تولید برق به وسیله نفت خام،  $7/0$  میزان برق مصرفی ماهیانه (برحسب کیلو وات ساعت) است. ( $\text{C}=12, \text{O}=16: \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ )


۱۱۲۲ (۱) ۵۴۴ (۲) ۶۱۶ (۳) ۱۲۵۸ (۴)

۶۹- روند کلی کدام یک از موارد زیر در صد تا صد و پنجاه سال گذشته، افزایشی بوده هر چند در برخی دهه‌ها با کاهش نیز همراه بوده است؟

- (۱) مساحت سطح برف در نیمکره شمالی  
(۲) میانگین جهانی دمای سطح زمین  
(۳) میانگین جهانی سطح آب‌های آزاد  
(۴) میانگین جهانی کربن دی‌اکسید در هوا کره

۷۰- چه تعداد از مطالب زیر در ارتباط با گاز گوگرد تری‌اکسید درست است؟

- فراورده واکنش سوختن گوگرد است.
- با حل شدن در آب باران به سولفوریک اسید ( $\text{H}_2\text{SO}_4$ ) تبدیل می‌شود.
- آن را می‌توان از دهانه آتشفشان‌های فعال جمع‌آوری کرد.

• مدل فضاپرکن آن به صورت  است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۱۵

جمعه ۱۴۰۱/۱۱/۲۱



# آزمون‌های سراسری گاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

## پاسخ‌های تشریحی

### پایه دهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۷۰	مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا			
۴۵ دقیقه	۲۰	۱	۲۰	ریاضی ۱	۱
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۱	
۲۵ دقیقه	۵۰	۳۱	۲۰	فیزیک ۱	۲
۲۰ دقیقه	۷۰	۵۱	۲۰	شیمی ۱	۳

# آزمون‌های سراسر گاج

ویراستاران علمی	طراحان	دروس	ریاضیات
مریم ولی عابدینی - مینا نظری مینا مقدسی - پریا ابریشم‌کار	ندا فرهختی	ریاضی ۱ هندسه ۱	
مروارید شاه‌حسینی حمیدرضا شیخ‌حسینی	احمد رضازادگان قطب آبادی	فیزیک	
ایمان زارعی	مریم تمدنی - میلاد عزیزی	شیمی	



فروشگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب  
نیش بازارچه کتاب

اطلاع‌رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir

## آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری - مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی

ویراستاران فنی: سناز فلاحی - مروارید شاه‌حسینی - مریم پارسائیان - سپیده‌سادات شریفی - عاطفه دستخوش

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

طراح شکل: آرزو گلفر

حروف‌نگاران: مینا عباسی - مهناز کاظمی - فرزانه رجیبی - ربابه الطافی - حدیث فیض‌الهی





به نام خدا

## حقوق دانش‌آموزان در آزمون‌های سراسری گاج

داوطلب گرامی؛ با سلام در اینجا شما را با بخشی از حقوق خود در آزمون‌های سراسری گاج آشنا می‌نماییم:

۱- اطلاعات شناسنامه‌ای و آموزشی شما مانند نام، نام خانوادگی، جنسیت و گروه آزمایشی بایستی به صورت صحیح در بالای پاسخ‌برگ درج شده باشد.

۲- آزمون‌های سراسری گاج باید راس ساعت اعلام شده در دفترچه، شروع و خاتمه یابد.

۳- محل برگزاری آزمون باید از لحاظ سرمایش و گرمایش، نور کافی، نظافت و سایر موارد در حد مطلوب و استاندارد باشد.

۴- سؤالات آزمون‌های سراسری گاج بایستی نزدیک‌ترین سؤالات به کنکور سراسری باشد و عاری از هرگونه اشکال علمی و تایپی باشد.

۵- بعد از هر آزمون و به هنگام خروج از جلسه آزمون بایستی پاسخ‌نامه‌ی تشریحی هر آزمون را دریافت نمایید.

۶- کارنامه‌ی هر آزمون بایستی در همان روز آزمون به روش‌های ذیل تحویل شما گردد:

• مراجعه به سایت گاج به نشانی [www.gaj.ir](http://www.gaj.ir)

• مراجعه به نمایندگی.

۷- خدمات مشاوره‌ای رایگانی که در طی ۱ مرحله آزمون (ویژه داوطلبان آزاد) ارائه می‌گردد شامل:

• برگزاری جلسه مشاوره حداقل یکبار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی حداقل ۱ بار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی با اولیا حداقل یکبار در هر فاز [آزمون‌های سراسری گاج در چهار فاز تابستانه، ترم اول، ترم دوم و جامع برگزار می‌گردد].

• بررسی کارنامه آزمون توسط رابط تحصیلی در هر آزمون.

چنانچه در هر یک از موارد فوق کمبود و یا نقصی مشاهده نمودید لطفاً بلافاصله با تلفن ۰۲۱-۶۴۲۰ تماس حاصل نموده و مراتب را اطلاع دهید.



در گاج، بهترین صدا،

صدای دانش‌آموز است.



۴ ۵

$$3x^2 + ax + 3 = 0 \rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow a^2 - 4(3)(3) > 0$$

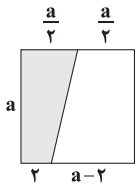
$$\Rightarrow a^2 - 36 > 0 \Rightarrow a^2 > 36 \xrightarrow{\text{جذر}} |a| > 6 \Rightarrow a > 6 \text{ یا } a < -6$$

تنها  $a = 5 + \sqrt{2}$  در شرط  $a > 6$  صدق می‌کند.دو عدد را  $X$  و  $\frac{X}{4}$  در نظر می‌گیریم و داریم:

$$x + \frac{x}{4} = \frac{1}{2}(x \times \frac{x}{4}) + 2 \Rightarrow x + \frac{x}{4} = \frac{x^2}{8} + 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{8}x^2 - \frac{5}{4}x + 2 = 0 \xrightarrow{\times 8} x^2 - 10x + 16 = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x-8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{1}{2} \\ x=8 \Rightarrow \frac{x}{4} = 2 \end{cases} \text{ (غ ق ق)}$$

بنابراین دو عدد مورد نظر ۲ و ۸ است و تفاضل آن‌ها برابر با  $8-2=6$  می‌باشد.اگر طول ضلع مربع را  $a$  در نظر بگیریم، داریم:

$$S_{\text{مربع}} = \frac{(2 + \frac{a}{2}) \times a}{2} = 10 \Rightarrow 2a + \frac{1}{2}a^2 = 20$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}a^2 + 2a - 20 = 0$$

$$\Delta = 2^2 - 4(\frac{1}{2})(-20) = 4 + 40 = 44$$

$$\Rightarrow a = \frac{-2 \pm \sqrt{44}}{2(\frac{1}{2})} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{11}}{1} = \begin{cases} -2 + 2\sqrt{11} \\ -2 - 2\sqrt{11} \end{cases} \text{ (غ ق ق)}$$

۲ ۸

$$y = 2(x-m)^2 - 3 \Rightarrow S(m, -3)$$

بنابراین محور تقارن سهمی  $X = m$  می‌باشد و چون سؤال گفته محورتقارن  $X = 1$  می‌باشد پس  $m = 1$  است و داریم:

$$x_S + y_S = m - 3 = 1 - 3 = -2$$

۴ ۹

$$y = x^2 + 2x + n$$

$$x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2(1)} = -1 \xrightarrow{S(m, y-m)} \begin{cases} m = -1 \\ y_S = 1 - (-1) = 2 \end{cases}$$

$$y = x^2 + 2x + n \xrightarrow{S(-1, 2)} 2 = (-1)^2 + 2(-1) + n$$

$$\Rightarrow 2 = 1 - 2 + n \Rightarrow n = 2 + 1 = 3$$

ریاضیات

۳ ۱

$$x(x + \sqrt{6}) - 8 = 0 \Rightarrow x^2 + \sqrt{6}x - 8 = 0$$

حال نصف ضریب  $X$  را به توان ۲ می‌رسانیم و به طرفین اضافه می‌کنیم:

$$(\frac{\sqrt{6}}{2})^2 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

شرط داشتن دو ریشه برابر (یا ریشه مضاعف) آن است که:

$$\Delta = 0$$

$$ax^2 - 4x + 3 = 0 \xrightarrow{\Delta=0} (-4)^2 - 4(a)(3) = 0 \Rightarrow 16 - 12a = 0$$

$$\Rightarrow 12a = 16 \Rightarrow a = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$$

و بنابراین ریشه مضاعف برابر است با:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2(\frac{4}{3})} = \frac{4}{\frac{8}{3}} = \frac{4 \times 3}{8} = \frac{3}{2}$$

۱ ۳

$$(x^2 - x)^2 + 2\sqrt{3}(x^2 - x) - 6 = 0 \xrightarrow{x^2 - x = t} t^2 + 2\sqrt{3}t - 6 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2\sqrt{3})^2 - 4(1)(-6) = 12 + 24 = 36$$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2\sqrt{3} \pm \sqrt{36}}{2(1)} = \frac{-2\sqrt{3} \pm 6}{2} = -\sqrt{3} \pm 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -\sqrt{3} + 3 \Rightarrow x^2 - x = -\sqrt{3} + 3 \\ t = -\sqrt{3} - 3 \Rightarrow x^2 - x = -\sqrt{3} - 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - x + \sqrt{3} - 3 = 0 \Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4(\sqrt{3} - 3) = 1 - 4\sqrt{3} + 12 \\ = 13 - 4\sqrt{3} > 0 \\ x^2 - x + \sqrt{3} + 3 = 0 \Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4(\sqrt{3} + 3) = 1 - 4\sqrt{3} - 12 \\ = -11 - 4\sqrt{3} < 0 \end{cases}$$

پس معادله اول دو ریشه دارد و معادله دوم ریشه ندارد. یعنی در مجموع ۲ ریشه داریم.

جواب معادله در معادله صدق می‌کند:

$$2mx^2 + 7x + 2m - 1 = 0 \xrightarrow{x=-2} 2m(-2)^2 + 7(-2) + 2m - 1 = 0$$

$$\Rightarrow 8m - 14 + 2m - 1 = 0 \Rightarrow 10m = 15 \Rightarrow m = \frac{15}{10} = 1.5 = \frac{3}{2}$$

بنابراین معادله به صورت زیر است:

$$2(\frac{3}{2})x^2 + 7x + 2(\frac{3}{2}) - 1 = 1 \Rightarrow 3x^2 + 7x + 3 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 7x + 2 = 0$$

$$\Delta = 7^2 - 4(3)(2) = 49 - 24 = 25 \Rightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{25}}{2(3)} = \frac{-7 \pm 5}{6}$$

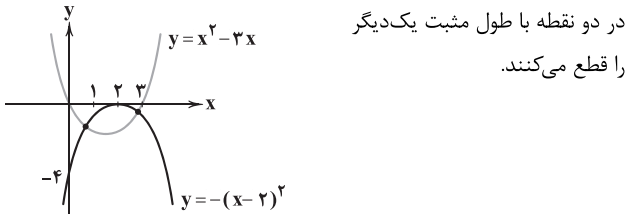
$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-7+5}{6} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3} \\ x = \frac{-7-5}{6} = -\frac{12}{6} = -2 \end{cases} \text{ ریشه دیگر: } \frac{1}{3}$$



۱۴ ۳ روش اول: دو سهمی را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:

$$y = x^2 - 3x = x(x-3) \Rightarrow x_S = \frac{0+3}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow y_S = \frac{3}{2}(-\frac{3}{2}) = -\frac{9}{4}$$

$$y = -x^2 + 4x - 4 = -(x^2 - 4x + 4) = -(x-2)^2 \Rightarrow S(2, 0)$$



در دو نقطه با طول مثبت یکدیگر را قطع می‌کنند.

روش دوم: معادله تلاقی دو نمودار را حل می‌کنیم:

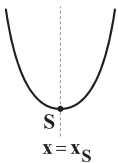
$$\begin{cases} y = x^2 - 3x \\ y = -x^2 + 4x - 4 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 3x = -x^2 + 4x - 4$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 7x + 4 = 0$$

$$\Delta = (-7)^2 - 4(2)(4) = 49 - 32 = 17 \Rightarrow \text{دو ریشه دارد.}$$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{17}}{2(2)} = \frac{7 \pm \sqrt{17}}{4} \Rightarrow \text{هر دو ریشه مثبت است.}$$

۱۵ ۴ محل تلاقی هر سهمی و محور تقارن آن همان رأس سهمی است.



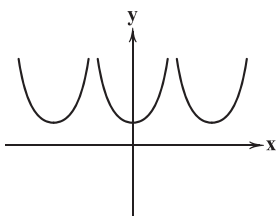
$$y = x^2 + 2x - 4$$

$$x_S = \frac{-2}{2(1)} = -1 \Rightarrow y_S = (-1)^2 + 2(-1) - 4 = -5$$

$$\Rightarrow S(-1, -5)$$

۱۶ ۳ برای آن‌که سهمی همواره بالای محور xها باشد، باید  $\Delta < 0$

و  $a > 0$  باشد:



$$\begin{cases} a > 0 \Rightarrow m+1 > 0 \Rightarrow m > -1 \\ \Delta < 0 \Rightarrow (-2)^2 - 4(m+1)(1) < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m > -1 \\ 4 - 4m - 4 < 0 \Rightarrow -4m < 0 \Rightarrow m > 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} m > 0$$

$$y = ax^2 - 2x + 2$$

$$x_S = \frac{-(-2)}{2a} = \frac{1}{a}$$

$$y_S = 8 \Rightarrow 8 = a\left(\frac{1}{a}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{a}\right) + 2$$

$$\Rightarrow 8 = a\left(\frac{1}{a^2}\right) - \frac{2}{a} + 2 \Rightarrow \frac{1}{a} - \frac{2}{a} + 2 = 8$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{a} = 6 \Rightarrow 6a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{6} = -\frac{1}{6} = -\frac{5}{6}$$

۱۱ ۲ اگر  $S(h, k)$  رأس سهمی باشد، معادله سهمی به صورت

زیر است:

$$y = a(x-h)^2 + k$$

در نتیجه داریم:

$$y = (x-1)^2 + 3 \Rightarrow y = x^2 - 2x + 1 + 3$$

$$\Rightarrow y = x^2 - 2x + 4 \Rightarrow \begin{cases} m = -2 \\ n = 4 \end{cases} \Rightarrow m \times n = -8$$

۱۲ ۳ روش اول:

$$y = ax^2 + bx + c \begin{cases} (0, 3) \rightarrow 3 = a(0) + b(0) + c \Rightarrow c = 3 \\ (1, 0) \rightarrow 0 = a(1)^2 + b(1) + c \Rightarrow a + b + 3 = 0 \\ (-2, 0) \rightarrow 0 = a(-2)^2 + b(-2) + c \Rightarrow 4a - 2b + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b + 3 = 0 \\ 4a - 2b + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + 3b = -6 \\ 4a - 3b = -3 \end{cases}$$

$$6a = -9 \Rightarrow a = -\frac{9}{6} = -\frac{3}{2}$$

$$a + b + 3 = 0 \Rightarrow b = -3 - a \xrightarrow{a = -\frac{3}{2}} b = -3 + \frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow y = -\frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 3$$

روش دوم: چون  $x = -2$  و  $x = 1$  ریشه‌های معادله  $y = 0$  اند پس داریم:

$$y = a(x+2)(x-1) \xrightarrow{(0, 3)} 3 = a(0+2)(0-1) \Rightarrow -2a = 3$$

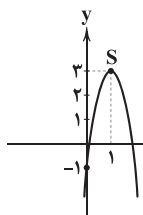
$$\Rightarrow a = -\frac{3}{2} \Rightarrow y = -\frac{3}{2}(x+2)(x-1) = -\frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 3$$

۱۳ ۲

$$y = -4(x-1)^2 + 3 \Rightarrow S(1, 3)$$

$$\text{از ناحیه دوم نمی‌گذرد.} \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = -4(-1)^2 + 3 = -4 + 3 = -1$$

با رسم نمودار سهمی داده شده داریم:





۳ ۲۰

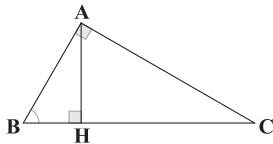
$$\frac{|x+1|}{2} - 2 \geq 3 \Rightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{2} - 2 \geq 3 \\ \frac{x+1}{2} - 2 \leq -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{2} \geq 3+2 \xrightarrow{-x} x+1 \geq 2 \times 5 \Rightarrow x \geq 10-1 \Rightarrow x \geq 9 \\ \frac{x+1}{2} \leq -3+2 \xrightarrow{-x} x+1 \leq 2 \times (-1) \Rightarrow x \leq -2-1 \Rightarrow x \leq -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \geq 9 \text{ یا } x \leq -3 \Rightarrow x \in \mathbb{R} - (-3, 9)$$

پس اعداد صحیح  $\{-2, -1, \dots, 8\}$  نمی‌توانند به جای  $x$  قرار بگیرند (۱۱ عدد صحیح)

۳ ۲۱



$$\triangle ABH \sim \triangle ACH \Rightarrow \frac{BH}{AH} = \frac{AH}{CH} \Rightarrow AH^2 = BH \times CH$$

$$\xrightarrow{AH=6} BH \times CH = 6^2 = 36 (*)$$

از طرفی می‌دانیم:

$$\frac{BH}{CH} = \frac{9}{16} \Rightarrow BH = 9x, CH = 16x (**)$$

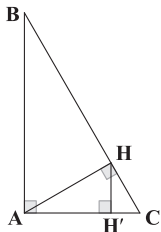
$$(*), (**) \Rightarrow 9x \times 16x = 36 \Rightarrow 144x^2 = 36 \Rightarrow x^2 = \frac{36}{144} = \left(\frac{6}{12}\right)^2$$

$$\xrightarrow{x>0} x = \frac{6}{12} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \xrightarrow{(**)} BH = \frac{9}{2}, CH = \frac{16}{2} = 8$$

$$\Rightarrow BC = BH + CH = \frac{9}{2} + 8 = \frac{9+16}{2} = \frac{25}{2} = 12.5$$

۳ ۲۲

می‌دانیم  $\triangle ABC$  و  $\triangle AHC$  با هم متشابه‌اند، پس نسبت ارتفاع‌ها برابر با نسبت تشابه است.



$$\triangle ABC \sim \triangle AHC \Rightarrow k = \frac{AC}{BC} = \frac{6}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{6}{10}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{HH'}{AH} = k = \frac{6}{10} (*) \\ \frac{AH}{AB} = k = \frac{6}{10} \Rightarrow \frac{AH}{8} = \frac{6}{10} \Rightarrow AH = \frac{48}{10} = 4.8 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{HH'}{4.8} = \frac{6}{10} \Rightarrow HH' = \frac{6 \times 4.8}{10} = \frac{28.8}{10} = 2.88$$

۳ ۱۷

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 + mx + n \\ y = -x + 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{تلاقی}} \frac{1}{2}x^2 + mx + n = -x + 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}x^2 + (m+1)x + n - 1 = 0$$

$$\xrightarrow{x=-1} \frac{1}{2}(-1)^2 + (m+1)(-1) + n - 1 = 0$$

$$\xrightarrow{x=5} \frac{1}{2}(5)^2 + (m+1)(5) + n - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} - m - 1 + n - 1 = 0 \\ \frac{25}{2} + 5m + 5 + n - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m - n = -10/5 \\ 5m + n = -7/5 \end{cases}$$

$$6m = -18 \Rightarrow m = -3$$

$$x_S = \frac{-m}{2(\frac{1}{2})} = \frac{-(-3)}{1} = 3$$

۳ ۱۸

$a < 0 \Rightarrow$  سهمی رو به پایین

$c > 0 =$  محل تلاقی با محور عرض‌ها

$$x_S = \frac{-b}{2a} > 0 \xrightarrow{a < 0} -b < 0 \Rightarrow b > 0$$

بنابراین:

$$ac < 0, bc > 0, ab < 0, abc < 0$$

۳ ۱۹

$$P(x) \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2 + x}{x^2 + 2x - 2} \leq 0 \Rightarrow \frac{x(x+1)}{x^2 + 2x - 2} \leq 0$$

ریشه صورت:  $x = 0$

همواره مثبت  $\Rightarrow$  ریشه ندارد  $\Rightarrow x^2 + 1 = 0$

$$x^2 + 2x - 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 2^2 - 4(1)(-2) = 12$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2(1)} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$\Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{3}$ : ریشه‌های منخرج

	$-1 - \sqrt{3}$	$0$	$-1 + \sqrt{3}$	
$x$	-	-	+	+
$x^2 + 1$	+	+	+	+
$x^2 + 2x - 2$	+	-	-	+
$P(x)$	-	+	-	+
	ت.ن		ت.ن	

بنابراین جواب نامعادله  $P(x) \leq 0$  برابر است با:

$$\left( (-\infty, -1 - \sqrt{3}) \cup [0, -1 + \sqrt{3}) \right) \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} \{-3, -4, -5, \dots\} \cup \{0\}$$



بنابراین داریم:

$$\Rightarrow k^2 = \frac{S_{\Delta AMN}}{S_{\Delta ABC}} (*)$$

از طرفی داریم:

$$\frac{S_{\Delta AMN}}{S_{MNCB}} = \frac{9}{16} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{S_{AMN}}{S_{AMN} + S_{MNCB}} = \frac{9}{9+16}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta AMN}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{9}{25} \xrightarrow{(*)} k^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow k = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{MN}{BC} = k = \frac{3}{5} \Rightarrow BC = \frac{5}{3} MN$$

در هر n ضلعی محدب داریم: **۲ ۲۶**

$$\begin{cases} \text{تعداد اضلاع} = n \\ \text{تعداد قطرهای} = \frac{n(n-3)}{2} \end{cases}$$

بنابراین:

$$\Rightarrow (n+1) + \frac{(n+1)(n+1-3)}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{n(2n-3)}{2}$$

$$\xrightarrow{\times 2} 2(n+1) + (n+1)(n-2) = n(2n-3)$$

$$\Rightarrow 2n + 2 + n^2 + n - 2n - 2 = 2n^2 - 3n$$

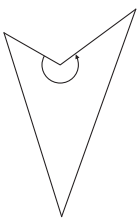
$$\Rightarrow n^2 + n - 2n - 2 + 2n = 2n^2 - 3n \Rightarrow 4n - n^2 = 0 \Rightarrow n(4-n) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n=0 \text{ (غ قق)} \\ n=4 \end{cases}$$

**۲ ۲۷** اگر همه زوایای یک چندضلعی باز (منفرجه) باشد، چندضلعی

محدب است. (مثل ۵ضلعی، ۶ضلعی و ... منتظم)

در واقع در چندضلعی‌های مقعر، زاویه‌های بزرگ‌تر از  $180^\circ$  موجود است.

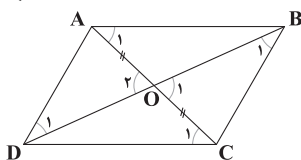


**۲ ۲۸** بررسی گزینه‌ها:

(۱) در دوزنقه متساوی الساقین قطرها با هم برابر است. \*

(۲) اگر در چهارضلعی ABCD قطرها منصف باشند، داریم:

$$\begin{cases} OD=OB \\ OA=OC \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ (مقابل به رأس)} \end{cases} \xrightarrow{\text{(ضض)}} \Delta OAD \cong \Delta OBC$$



$$\Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{B}_1 \Rightarrow AD \parallel BC$$

وقتی مثلث اول بیشترین محیط را دارد که نسبت تشابه

بیشترین مقدار باشد، یعنی در بین نسبت‌های تشابه ممکن زیر، بزرگ‌ترین مقدار را انتخاب می‌کنیم:

$$\begin{cases} k = \frac{5}{5} = 1 \text{ (غ قق)} \\ k = \frac{5}{6} \checkmark \\ k = \frac{5}{9} \end{cases}$$

پس  $k = \frac{5}{6}$  و داریم:

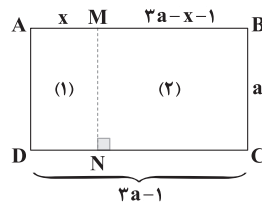
$$\frac{\text{محیط مثلث اول}}{\text{محیط مثلث دوم}} = k \Rightarrow \frac{\text{محیط مثلث اول}}{6+9+5} = \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{محیط مثلث اول}}{20} = \frac{5}{6} \Rightarrow \text{محیط مثلث اول} = \frac{5 \times 20}{6} = \frac{50}{3}$$

**۴ ۲۴** اگر نسبت تشابه دو مثلث k باشد، آنگاه نسبت

مساحت‌ها  $k^2$  است. پس:

$$k^2 = \frac{4}{9}$$



$$k = \frac{\text{طول (۱)}}{\text{طول (۲)}} = \frac{\text{عرض (۱)}}{\text{عرض (۲)}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{x} = \frac{3a-x-1}{3a-1} = \frac{2}{3}$$

(توجه کنید که  $\frac{a}{x} \neq \frac{a}{3a-x-1}$  زیرا در این صورت  $k=1$  به دست می‌آید.)

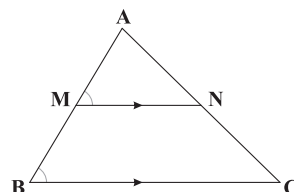
$$\begin{cases} (۱) \Rightarrow 2x = 3a \Rightarrow x = \frac{3}{2}a \\ (۲) \Rightarrow 2a = 9a - 3x - 1 \Rightarrow 3x - 7a = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3(\frac{3}{2}a) - 7a = -1 \Rightarrow \frac{9}{2}a - 7a = -1 \Rightarrow \frac{9-14}{2}a = -1$$

$$\Rightarrow -\frac{5}{2}a = -1 \Rightarrow a = \frac{2}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5} \xrightarrow{x=\frac{3}{2}a} x = \frac{3}{2} \times 1\frac{1}{5} = 1\frac{3}{10}$$

**۱ ۲۵**

$$\begin{cases} MN \parallel BC, \text{ مورب } AB \Rightarrow \hat{M} = \hat{B} \\ \hat{A} = \hat{A} \end{cases}$$



$$\xrightarrow{\text{زز}} \Delta AMN \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = k$$



در مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر نصف وتر است:

$$AM = \frac{1}{2}BC \Rightarrow 3 = \frac{1}{2}BC \Rightarrow BC = 6 \quad (1)$$

$$AM = MC = \frac{1}{2}BC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 = 15^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{M}_1 = 15^\circ + 15^\circ = 30^\circ \Rightarrow \hat{A}_2 = 60^\circ$$

حالا میانه  $HM'$  را در مثلث قائم‌الزاویه  $AHM'$  رسم می‌کنیم و داریم:

$$\left. \begin{array}{l} HM' = AM' = \frac{1}{2}AM \\ \hat{A}_2 = 60^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AHM' \text{ متساوی‌الاضلاع} \Rightarrow AH = AM'$$

و در نتیجه داریم:

$$AH = AM' = \frac{1}{2}AM = \frac{3}{2} \quad (2)$$

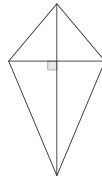
$$(1), (2) \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AH \times BC = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 6 = \frac{9}{2} = 4.5$$

به طور مشابه  $\triangle OAB$  و  $\triangle OCD$  هم نهشتاند و در نتیجه:

$$\hat{A}_1 = \hat{C}_1 \Rightarrow AB \parallel CD$$

و بنابراین  $ABCD$  یک متوازی‌الاضلاع است. ✓

(۳) در شکل مقابل (کایت) قطرهای بر هم عمودند، اما چهارضلعی لوزی نیست. ✗



(۴) لوزی چهارضلعی است که اضلاع آن با هم برابرند اما لزوماً زاویه‌ها  $90^\circ$

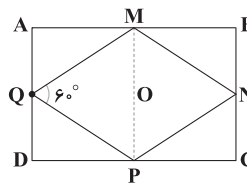
نیست. (مربع نیست). ✗

وقتی وسط اضلاع مستطیل را به هم وصل می‌کنیم یک لوزی

۱ ۲۹

حاصل می‌شود، زیرا بنا به قضیهٔ تالس داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} MN \parallel AC, MN = \frac{1}{2}AC \\ PQ \parallel AC, PQ = \frac{1}{2}AC \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} MN \parallel PQ \\ MN = PQ = \frac{1}{2}AC \end{array} \right.$$



و به طور مشابه:

$$\left\{ \begin{array}{l} MQ \parallel BD, MQ = \frac{1}{2}BD \\ PN \parallel BD, PN = \frac{1}{2}BD \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} MQ \parallel PN \\ MQ = PN = \frac{1}{2}BD \end{array} \right.$$

و چون در مستطیل قطرهای برابرند ( $AC = BD$ ) پس هر چهارضلع حاصل با هم برابرند و شکل لوزی است.

و چون این لوزی دارای زاویهٔ  $60^\circ$  است، داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} MQ = PQ \\ \hat{Q} = 60^\circ \end{array} \right. \Rightarrow \triangle MPQ \text{ متساوی‌الاضلاع} \Rightarrow MP = MQ = PQ \quad (1)$$

از طرفی داریم:

$$8 = \text{محیط لوزی} = 4 \times MQ = 8 \Rightarrow MQ = 2 \quad (2)$$

عرض مستطیل:  $MP = 2$ ، (۱)، (۲)

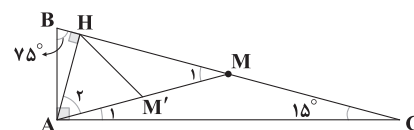
از طرفی در مثلث متساوی‌الاضلاع  $MPQ$  ارتفاع برابر با  $AM$  است و داریم:

$$\text{طول مستطیل: } AM = \frac{\sqrt{3}}{2}MQ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3} \Rightarrow AB = 2AM = 2\sqrt{3}$$

و در نتیجه مساحت مستطیل برابر با  $4\sqrt{3} = 2 \times 2\sqrt{3}$  است.

۳ ۳۰

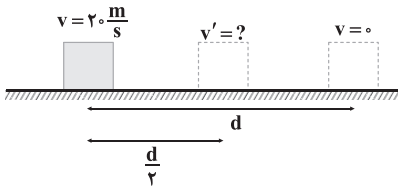
$$\hat{A} = 90^\circ, \hat{B} = 75^\circ \Rightarrow \hat{C} = 15^\circ$$





حالا یکبار دیگر با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی، تندی جسم را پس

از طی مسافت  $\frac{d}{2}$  به دست می آوریم:



$$W_t = K'_v - K_1 \Rightarrow W_f = K'_v - K_1$$

$$\Rightarrow -f \frac{d}{2} = \frac{1}{2} m v'^2 - \frac{1}{2} m \times (20)^2$$

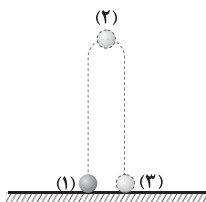
$$\xrightarrow{(*)} -f \times \frac{1}{2} \times \frac{20 \cdot m}{f} = \frac{1}{2} m v'^2 - 200 \cdot m$$

$$\Rightarrow -10 \cdot m = \frac{1}{2} m v'^2 - 200 \cdot m \Rightarrow \frac{1}{2} m v'^2 = 190 \cdot m$$

$$\Rightarrow v'^2 = 380 \Rightarrow v' = 19 \sqrt{2} \frac{m}{s}$$

انرژی مکانیکی اولیه گلوله برابر است با:

۲ ۳۴



$$E_1 = K_1 + U_1 \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$\xrightarrow{v_1 = 10.8 + 3/6 = 30 \frac{m}{s}} E_1 = \frac{1}{2} \times \frac{200}{1000} \times (30)^2 = 90 \text{ J}$$

و گلوله تا رسیدن به سطح زمین، یعنی نقطه (۳)، ۲۰٪ از انرژی مکانیکی اولیه خود را در اثر نیروی مقاومت هوا از دست داده است، پس داریم:

$$E_3 = E_1 - \frac{20}{100} E_1 \Rightarrow E_3 = 90 - \frac{20}{100} \times 90 = 90 - 18 = 72 \text{ J}$$

و داریم:

$$E_3 = K_3 + U_3 \Rightarrow E_3 = K_3 \Rightarrow 72 = \frac{1}{2} \times \frac{200}{1000} \times v_3^2$$

$$\Rightarrow v_3^2 = 720 \Rightarrow v_3 = \sqrt{720} = 12\sqrt{5} \frac{m}{s}$$

از آنجا که اندازه نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت و برگشت یکسان فرض شده است، پس نیمی از انرژی تلف شده در مسیر رفت تلف شده است، در نتیجه داریم:

$$E_4 = E_1 - \frac{10}{100} E_1 \Rightarrow E_4 = 90 - \frac{10}{100} \times 90 = 81 \text{ J}$$

$$E_4 = K_4 + U_4 \Rightarrow E_4 = U_4 \Rightarrow E_4 = mgh$$

بنابراین:

$$\Rightarrow 81 = \frac{200}{1000} \times 10 \times h \Rightarrow h = 40/5 \text{ m}$$

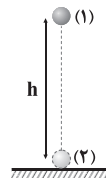
**دقت کنید:** وقتی گلوله به بیشترین ارتفاع خود از سطح زمین می رسد، برای لحظه ای تندی آن صفر می شود و سپس به سمت پایین شروع به حرکت می کند.

## فیزیک

۴ ۳۱

با توجه به این که مقاومت هوا نداریم، پس انرژی مکانیکی بایسته است. (مبدأ انرژی پتانسیل را از سطح زمین در نظر می گیریم.)

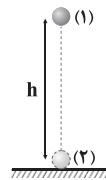
گلوله A:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\Rightarrow mgh = \frac{1}{2} m v_A^2 \Rightarrow v_A = \sqrt{2gh}$$

گلوله B:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\Rightarrow 2mgh = \frac{1}{2} \times 2 m v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh}$$

بنابراین تندی گلوله ها در لحظه برخورد با سطح زمین با هم برابر هستند:

$$v_A = v_B$$

هم چنین انرژی مکانیکی گلوله ها در لحظه برخورد به زمین برابر است با:

$$E_A = K_2 + U_2 \Rightarrow E_A = \frac{1}{2} m v_A^2$$

گلوله A:

$$E_B = K_2 + U_2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} \times 2 m v_B^2 = m v_B^2$$

گلوله B:

$$E_B > E_A$$

بنابراین:

۲ ۳۲ ۵ ثانیه دوم حرکت، یعنی از لحظه  $t = 5s$  تا لحظه  $t = 10s$

و با توجه به نمودار داده شده در سؤال داریم:

$$t = 5s \Rightarrow v = 10 \frac{m}{s}$$

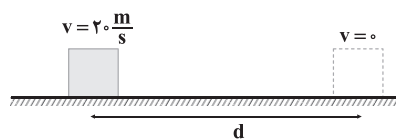
$$t = 10s \Rightarrow v = 20 \frac{m}{s}$$

پس با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 4 \times (20)^2 - \frac{1}{2} \times 4 \times (10)^2 = 600 \text{ J}$$

۳ ۳۳ پس از قطع نیروی  $\vec{F}$ ، فقط نیروی اصطکاک  $(\vec{f})$  روی جسم

کار انجام می دهد و با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:



$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_f = K_2 - K_1$$

$$\Rightarrow -fd = -\frac{1}{2} m \times (20)^2 \Rightarrow d = \frac{200 \cdot m}{f} \quad (*)$$



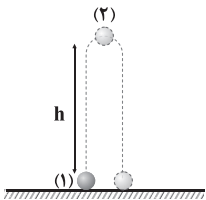
طبق صورت سؤال، ۶۰ درصد این کار در مسیر بالا رفتن گلوله انجام شده است.

در نتیجه:

$$W_1 = W_2 = W_{\text{مقاومت هوا}} \times \frac{60}{100}$$

$$\Rightarrow W_1 = -25 \times \frac{60}{100} = -15 \text{ J}$$

در نتیجه انرژی مکانیکی گلوله در نقطهٔ اوج (بیشترین ارتفاع از سطح زمین) برابر است با:



$$E_2 = E_1 - W_1$$

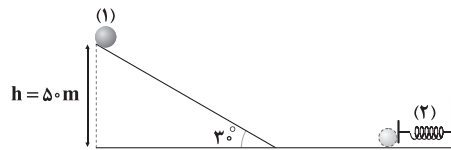
$$\Rightarrow \cancel{K_2} + U_2 = (K_1 + \cancel{U_1}) - W_1 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_1^2 - W_1$$

$$\Rightarrow \frac{100}{1000} \times 10 \times h = \frac{1}{2} \times \frac{100}{1000} \times (30)^2 - 15 \Rightarrow h = 30 \text{ m}$$

چون نیروهای تلف‌کننده وجود ندارند در نتیجه انرژی مکانیکی

۳۹

پایسته است (سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم).



$$E_1 = E_2 \Rightarrow \cancel{K_1} + U_1 = K_2 + U_{\text{فنر}}$$

$$\underline{K_2 = \frac{1}{2}U_{\text{فنر}} \Rightarrow U_{\text{فنر}} = 2K_2} \rightarrow mgh = K_2 + 2K_2$$

$$\Rightarrow mgh = 3K_2 \Rightarrow mgh = 3 \times \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{gh}{3} \Rightarrow v^2 = \frac{10 \times 50}{3} = 250 \Rightarrow v = 5\sqrt{10} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با توجه به رابطهٔ  $P = \frac{W_{\text{تولیدی}}}{\Delta t}$ ، توان تولیدی بیشتر

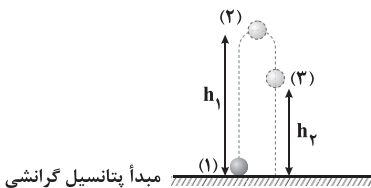
۴۰

به معنای انجام کار بیشتر در مدت‌زمان کم‌تر توسط دستگاه می‌باشد.

با توجه به صرف‌نظر کردن از مقاومت هوا، انرژی مکانیکی

۴۱

پایسته است، بنابراین بیشترین ارتفاعی که گلوله از سطح زمین بالا می‌رود (نقطهٔ اوج) برابر است با:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + \cancel{U_1} = \cancel{K_2} + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mgh_1 \Rightarrow h_1 = \frac{v^2}{2g}$$

۳۵ | ۴ به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{f_N} + W_{\text{مقاومت هوا}} + W_{\text{اصطکاک}} = K_2 - \cancel{K_1}$$

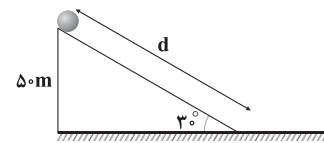
$$\Rightarrow mgh + W_{\text{مقاومت هوا}} + W_{\text{اصطکاک}} = K_2$$

دقت کنید که کار نیروهای اتلافی مثل مقاومت هوا و ... منفی می‌باشد، پس کار نیروی مقاومت هوا در این سؤال برابر  $-10 \text{ J}$  می‌باشد.

$$1 \times 10 \times 50 + (-10) + W_{\text{اصطکاک}} = \frac{1}{2} \times 10 \times (20)^2 \Rightarrow W_{\text{اصطکاک}} = -290 \text{ J}$$

از طرفی با توجه به رابطهٔ کار انجام‌شده توسط نیروی ثابت داریم:

$$W_{\text{اصطکاک}} = fd \cos \theta \xrightarrow{\theta = 180^\circ} W_{\text{اصطکاک}} = -fd$$



و برای محاسبهٔ d داریم:

$$\sin 30^\circ = \frac{50}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{50}{d} \Rightarrow d = 100 \text{ m}$$

در نتیجه:

$$W_f = -fd \Rightarrow -290 = -f \times 100 \Rightarrow f = 2.9 \text{ N}$$

۳۶ | ۳ با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{\text{بالابر}} + W_{\text{وزن}} = K_2 - K_1$$

$$\underline{K_2 = K_1 \Rightarrow W_{\text{بالابر}} - mgh = 0}$$

$$\Rightarrow W_{\text{بالابر}} = mgh \Rightarrow W_{\text{بالابر}} = 100 \times 10 \times 20 = 20000 = 2 \times 10^4 \text{ J}$$

توان خروجی بالابر برابر است با:

$$P = \frac{W_{\text{بالابر}}}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{2 \times 10^4}{40} = 500 \text{ W}$$

در نتیجه بازده برابر است با:

$$\text{بازده} = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}} \times 100 = \frac{20000}{80000} \times 100 = 25\%$$

$$\Rightarrow \text{بازده} = \frac{5000}{20000} \times 100 = 25\%$$

۳۷ | ۱

تندی برخورد گلوله با سطح زمین با تندی پرتاب آن برابر

است، بنابراین انرژی مکانیکی گلوله در لحظهٔ پرتاب و لحظهٔ برگشت به سطح زمین برابر می‌باشد. در نتیجه پایستگی انرژی مکانیکی در طول حرکت گلوله برقرار بوده است.

پس نیروهای تلف‌کننده از جمله نیروی مقاومت هوا در طی حرکت برابر صفر بوده است. پس کار نیروی مقاومت هوا در طی مسیر رفت و برگشت، مساوی و برابر صفر می‌باشد.

۳۸ | ۴

ابتدا به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، کار نیروی مقاومت

هوا را در کل حرکت گلوله به دست می‌آوریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{\text{مقاومت هوا}} = K_2 - K_1$$

$$\Rightarrow W_{\text{مقاومت هوا}} = \frac{1}{2} \times \frac{100}{1000} \times (20)^2 - \frac{1}{2} \times \frac{100}{1000} \times (30)^2 = -25 \text{ J}$$





با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{\text{پمپ}} + W_{\text{وزن}} = K_2 - K_1$$

$$\Rightarrow W_{\text{پمپ}} = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$

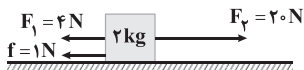
$$\Rightarrow W_{\text{پمپ}} = 6 \times 10^3 \times 10 \times 10 + \frac{1}{2} \times 6 \times 10^3 \times (10)^2 = 9 \times 10^5 \text{ J}$$

بنابراین توان خروجی پمپ برابر است با:  $P_{\text{خروجی}} = \frac{9 \times 10^5}{2 \times 3600} = 125 \text{ W}$

بنابراین:  $\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow 50 = \frac{125}{P_{\text{ورودی}}} \times 100$

$$\Rightarrow P_{\text{ورودی}} = 250 \text{ W}$$

برایند نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  و نیروی اصطکاک برابر با  $15 \text{ N}$  و به سمت راست می‌باشد. **۴۶**



بنابراین کار خالصی که بر روی جسم انجام می‌شود برابر است با:

$$W_t = F_{\text{برایند}} d \cos \theta \Rightarrow W_t = 15 \times 20 \times \cos 0^\circ = 300 \text{ J}$$

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 300 = \frac{1}{2} \times 2 \times v^2$$

$$\Rightarrow v^2 = 300 \Rightarrow v = 10\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم: **۴۷**

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_F + W_{\text{اصطکاک}} = K_2 - K_1$$

**دقت کنید:** کار نیروهای اتلافی مثل اصطکاک، منفی می‌باشد.

$$\Rightarrow W_F + (-20) = \frac{1}{2} \times 4 \times (20)^2 \Rightarrow W_F = 820 \text{ J}$$

با توجه به رابطه کار انجام شده توسط نیروی ثابت داریم:

$$W_F = Fd \cos \theta \Rightarrow 820 = F \times 5 \times \cos 0^\circ \Rightarrow F = 164 \text{ N}$$

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم: **۴۸**

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{\text{مقاومت هوا}} = K_2 - K_1$$

$$\Rightarrow mgh + W_{\text{مقاومت هوا}} = K_2 - K_1$$

$$\Rightarrow 80 \times 10 \times 50 + W_{\text{مقاومت هوا}} = \frac{1}{2} \times 80 \times 5^2 - \frac{1}{2} \times 80 \times 2^2$$

$$\Rightarrow 40000 + W_{\text{مقاومت هوا}} = 840 \Rightarrow W_{\text{مقاومت هوا}} = -39160 \text{ J}$$

انرژی جنبشی جسم در لحظه برخورد با فنر برابر است با: **۴۹**

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow K_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times (10)^2 = 100 \text{ J}$$

هنگامی حداکثر انرژی در فنر ذخیره می‌شود که جسم تمام انرژی جنبشی اولیه خود را به فنر بدهد و متوقف شود. از طرفی طبق اطلاعات داده شده در سوال در هنگام برخورد جسم با فنر، ۲۰ درصد از انرژی جسم تلف می‌شود. این صورت حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر برابر است با:

$$U_{\text{فنر}} = \frac{80}{100} K_1 = \frac{80}{100} \times 100 = 80 \text{ J}$$

و برای به دست آوردن نقطه‌ای که انرژی جنبشی و پتانسیل گلوله برابر است (نقطه ۳)، داریم:

$$E_2 = E_1 \Rightarrow K_2 + U_2 = K_1 + U_1 \xrightarrow{K_2 = U_2} 2U_2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow U_2 = \frac{1}{4}mv^2 \Rightarrow mgh_2 = \frac{1}{4}mv^2 \Rightarrow h_2 = \frac{v^2}{4g}$$

در نتیجه داریم:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\frac{v^2}{4g}}{\frac{v^2}{2g}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \times 100 = 50\%$$

توان خروجی بالاتر برابر است با: **۴۲**

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W_{\text{خروجی}}}{\Delta t} \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = \frac{6000}{10 \times 60} = 10 \text{ W}$$

توان ورودی بالاتر برابر است با:

$$P_{\text{ورودی}} = \frac{W_{\text{ورودی}}}{\Delta t} \Rightarrow P_{\text{ورودی}} = \frac{10000}{10 \times 60} = \frac{100}{6} \text{ W}$$

بنابراین بازده این بالاتر برابر است با:

$$\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} = \frac{10}{\frac{100}{6}} = \frac{60}{100} = 0.6$$

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم: **۴۳**

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{\text{شخص}} + W_{\text{وزن}} = K_2 - K_1$$

$$\xrightarrow{K_2 = K_1} W_{\text{شخص}} - mgh = 0$$

$$\Rightarrow W_{\text{شخص}} = mgh \xrightarrow{h = \text{ارتفاع هر پله} \times \text{تعداد پله ها}} h = 30 \times 10 / 2 = 6 \text{ m}$$

$$W_{\text{شخص}} = 75 \times 10 \times 6 = 4500 \text{ J}$$

بنابراین توان خروجی شخص برابر است با:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W_{\text{شخص}}}{\Delta t} \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = \frac{4500}{20} = 225 \text{ W}$$

بنابراین بازده شخص برابر است با:

$$\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 = \frac{225}{300} \times 100 = 75\%$$

**۴۴**

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_F + W_{\text{مغ}} = K_2$$

$$\Rightarrow Fd \cos 0^\circ = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 30 \times 1/5 \times 1 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{10} \times v^2$$

$$\Rightarrow v^2 = 45 \times 2 \times 5 = 450 \Rightarrow v = \sqrt{450} = 15\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

جرم مایع داخل مخزن برابر است با: **۴۵**

$$m = \rho V \Rightarrow m = 1500 \times 4 = 6 \times 10^3 \text{ kg}$$



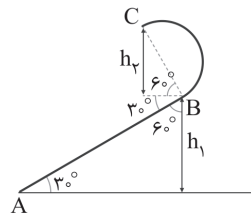
## شیمی

۵۰ ۳ ابتدا طول مسیر A تا C را برای محاسبه انرژی تلف شده در کل مسیر به دست می آوریم:

$$C \text{ تا } A \text{ طول مسیر} = AB + \frac{1}{4} \text{ محیط دایره} = 20 + \pi R$$

$$= 20 + 3 \times 6 = 38 \text{ m}$$

$$\frac{1 \text{ m}}{38} \left| \begin{array}{l} 5 \text{ J} \\ ? \end{array} \right. \Rightarrow C \text{ تا } A \text{ انرژی تلف شده در مسیر} = 38 \times 5 = 190 \text{ J}$$



مبدأ پتانسیل گرانشی را نقطه A در نظر می گیریم:

$$h_C = h_1 + h_2 = AB \sin 30^\circ + BC \sin 60^\circ$$

$$\Rightarrow h_C = 20 \times \frac{1}{2} + 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10 + 10\sqrt{3} = 20 + 17.32 = 37.32 \text{ m}$$

از قضیه کار و انرژی درونی داریم:

$$E_A = E_C + W_f \Rightarrow \cancel{K_A} + \cancel{U_A} + U_{\text{فتر}} = K_C + U_C + W_f$$

$$\Rightarrow 1798 = K_C + mgh_C + 190 \Rightarrow 1608 = K_C + 4 \times 10 \times 20/2$$

$$\Rightarrow K_C = 800 \Rightarrow 800 = \frac{1}{2} \times 4 \times v_C^2 \Rightarrow v_C^2 = 400 \Rightarrow v_C = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۵۱ ۲ عبارت های دوم و چهارم درست هستند.

## بررسی عبارت های نادرست:

•  $N_2$ ،  $O_2$  و  $CO_2$  از جمله گازهای هواکره هستند که در زندگی روزانه نقش حیاتی دارند.

• گیاهان با بهره گیری از نور خورشید و مصرف  $CO_2$  هواکره، اکسیژن مورد نیاز جانداران را تولید می کنند.

۵۲ ۲ عبارت های اول و دوم درست هستند.

گازهای A، X و E به ترتیب  $N_2$ ، Ar و  $O_2$  هستند.

## بررسی عبارت های نادرست:

• تفاوت نقطه جوش گازهای Ar و  $O_2$  بسیار کم بوده و به همین علت، تهیه  $O_2$  صددرصد خالص در این فرایند دشوار است.

• واکنش پذیری گاز نجیب آرگون (با همان X) کم تر از گازهای  $N_2$  و  $O_2$  است.

۵۳ ۳ فراوان ترین گاز هواکره  $N_2$  است و به جز پر کردن کیسول

غواصی، سایر موارد اشاره شده جزو کاربردهای آن است.

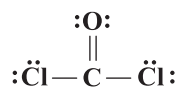
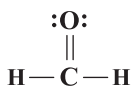
۵۴ ۱ • برای نام گذاری  $N_2O$ ، NO و ICl از پیشوند «مونو»

استفاده می شود.

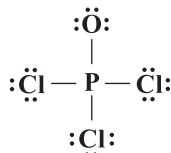
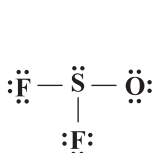
• برای نام گذاری FeO، CuS و  $CrBr_2$  از عدد رومی (II) استفاده می شود.

۵۵ ۳ در ساختار لوویس مولکول های  $COCl_2$  و  $CH_4O$  پیوند

دوگانه وجود دارد:



ساختار لوویس سایر مولکول ها در زیر آمده است:



## بررسی سایر گزینه ها: ۵۶ ۳

(۱) بوکسیت شامل  $Al_2O_3$  و مقادیر ناخالصی است. در ناخالصی آن می تواند اتم اکسیژن وجود داشته باشد.

(۲) مقدار گاز  $O_2$  در لایه های گوناگون هواکره با هم تفاوت دارد.

(۴) چگالی گاز CO کم تر از هوا است.



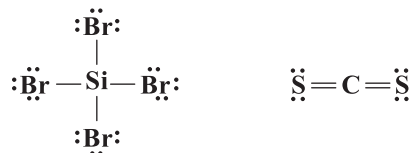
به جز عبارت سوم سایر عبارتها درست هستند.

### بررسی عبارتها:

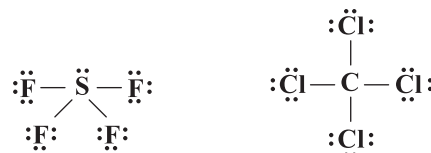
• به ساختارهای لوویس NO و NO<sub>۲</sub> توجه کنید:



• شمار جفت الکترونهای ناپیوندی مولکول SiBr<sub>۴</sub> برابر با ۱۲ و شمار جفت الکترونهای پیوندی مولکول CS<sub>۲</sub> برابر با ۴ است:



• در ساختار SF<sub>۶</sub> برخلاف CCl<sub>۴</sub> اتم مرکزی دارای جفت الکترون ناپیوندی است:



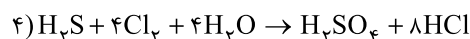
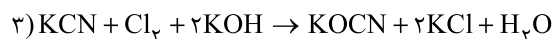
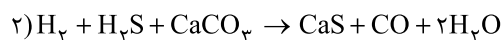
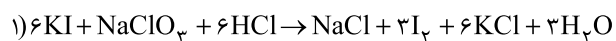
• آرایش الکترون نقطه‌ای اتم کلر به صورت  $\cdot\ddot{Cl}:$  بوده و در ترکیب CIF<sub>۳</sub> سه پیوند کووالانسی تشکیل داده است.

### بررسی عبارتهاک نادرست:

(ب) از واکنش اغلب اکسیدهای فلزی با آب، باز تولید می‌شود. لزوماً هر اکسید فلزی، یک اکسید بازی نیست.

(ت) با افزایش مقدار کربن دی‌اکسید محلول در آب، خاصیت اسیدی آب، افزایش و pH آن، کاهش می‌یابد.

۴ ۵۹ معادله موازنه‌شده هر چهار واکنش در زیر آمده است:



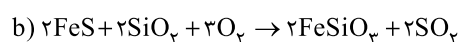
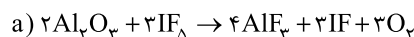
۲ ۶۰ عبارتهای اول و دوم درست هستند.

### بررسی عبارتهاک نادرست:

• سوزاندن سوختهای فسیلی در هواپیماها، حجم انبوهی CO<sub>۲</sub> تولید می‌کند.  
• رد پای CO<sub>۲</sub> حاصل از انرژی الکتریکی بسیار سنگین است.

۴ ۶۱ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

معادله موازنه‌شده هر دو واکنش در زیر آمده است:



### بررسی عبارتها:

• نسبت مجموع ضرایب فراورده‌ها به مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها در واکنش a برابر است با:

$$\frac{۴+۳+۳}{۲+۳} = ۲$$

• نسبت مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها به مجموع ضرایب فراورده‌ها در واکنش b برابر است با:

$$\frac{۲+۲+۳}{۲+۲} = ۱/۷۵$$

• در واکنش a دو ترکیب Al<sub>۲</sub>O<sub>۳</sub> و AlF<sub>۳</sub> یونی هستند.

• ضریب O<sub>۲</sub> در هر کدام از واکنش‌ها برابر با ۳ است.

۴ ۶۲ مطابق قانون پایستگی جرم می‌توان نوشت:

جرم آب + جرم کربن دی‌اکسید = جرم اکسیژن + جرم پروپان (C<sub>۳</sub>H<sub>۸</sub>)

$$?g C_۳H_۸ = ۱/۶۵۵ \times ۱۰^{۲۵} \text{ atom} \times \frac{۱ \text{ mol } C_۳H_۸}{۱۱ \times ۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳} \text{ atom}}$$

$$\times \frac{۴۴g C_۳H_۸}{۱ \text{ mol } C_۳H_۸} = ۱۱۰g C_۳H_۸$$

$$?g CO_۲ = ۷/۵ \text{ mol} \times \frac{۴۴g CO_۲}{۱ \text{ mol } CO_۲} = ۳۳۰g CO_۲$$

$$?g H_۲O = ۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۴} \text{ molecule } H_۲O$$

$$\times \frac{۱ \text{ mol } H_۲O}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳} \text{ molecule } H_۲O} \times \frac{۱۸g H_۲O}{۱ \text{ mol } H_۲O} = ۱۸۰g H_۲O$$

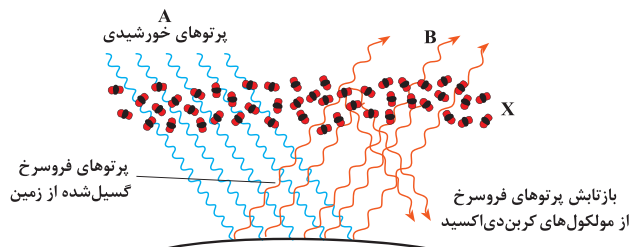
$$?g O_۲ = (۳۳۰ + ۱۸۰) - (۱۱۰) = ۴۰۰g O_۲$$

### بررسی عبارتهاک نادرست:

(پ) دومین گاز نجیب فراوان لایه تروپوسفر هواکره، نئون است.

(ت) هلیوم (He) جزو عنصرهای دسته s است.

۱ ۶۴ فقط عبارت اول درست است.



### بررسی عبارتهاک نادرست:

• علاوه بر گازهای H<sub>۲</sub>O و CO<sub>۲</sub>، مولکول‌های سه‌اتمی مانند O<sub>۳</sub> نیز جزو گازهای گلخانه‌ای هستند.

• A پرتوی فرابنفش است و طول موج آن کمتر از ۴۰۰ نانومتر می‌باشد.

• مولکول‌های X مانع از خروج کامل گرمای آزادشده از سطح زمین شده و بدین ترتیب زمین را گرم می‌کنند.



۳ ۶۵ برخی کشاورزان کلسیم اکسید (آهک) را به عنوان اکسید فلزی

برای افزایش بهره‌وری در کشاورزی به خاک می‌افزایند.

۲ ۶۶ عبارت‌های اول و آخر درست هستند.

### بررسی عبارت‌های نادرست:

- اگر هواکره وجود نداشت میانگین دمای کره زمین به  $18^{\circ}\text{C}$  کاهش می‌یافت.
- هنگامی که پرتوهای خورشیدی به زمین تابیده می‌شود، بخش کوچکی از این پرتوها به وسیله هواکره جذب می‌شود.

۲ ۶۷ عبارت‌های اول و سوم درست هستند.

### بررسی عبارت‌های نادرست:

- در معادله واکنش مواد مذاب با نماد (l) نشان داده می‌شود.
- هر تغییر شیمیایی می‌تواند شامل یک یا چند واکنش شیمیایی باشد که هر یک از آن‌ها را با یک معادله نشان می‌دهند.

۳ ۶۸ ابتدا حساب می‌کنیم این تعداد درخت در ماه، چند

کیلوگرم  $\text{CO}_2$  مصرف می‌کنند:

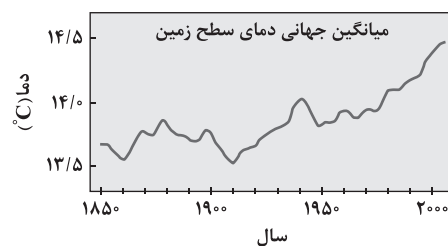
$$? \text{ kg CO}_2 = 200 \text{ tree} \times \frac{120 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ tree} \times 1 \text{ year}} \times \frac{1 \text{ year}}{12 \text{ month}}$$

$$\times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{1 \text{ kg CO}_2}{1000 \text{ g CO}_2} = 880 \text{ kg CO}_2$$

$$? \text{ kw.h} = 880 \text{ kg CO}_2 \times \frac{0.7 \text{ kw.h}}{1 \text{ kg CO}_2} = 616 \text{ kw.h}$$

۲ ۶۹ روند کلی میانگین جهانی دمای سطح زمین در ۱۵۰ سال

گذشته، افزایشی بوده، هر چند در برخی دهه‌ها، با کاهش نیز همراه بوده است:



۲ ۷۰ عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند.

هر دو عبارت اول و سوم مربوط به گاز گوگرد دی‌اکسید ( $\text{SO}_2$ ) است.